

PRÓBNY EGZAMIN ÓSMOKLASISTY

MATEMATYKA

TESTY
LAST
MINUTE

Poniedziałek, 9 maja 2022

Przykładowy arkusz egzaminacyjny. Egzamin ósmoklasisty: matematyka

Instrukcja dla ucznia

- Sprawdź, czy zestaw egzaminacyjny zawiera wszystkie zadania (1–21).
- Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
- Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/ atramentem.
- Nie używaj korektora.
- Rozwiązania zadań zamkniętych, tj. 1–15, zaznacz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach. W każdym zadaniu poprawna jest zawsze tylko jedna odpowiedź.
- Rozwiązania zadań otwartych, tj. 16–21, zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
- Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.

Czas pracy: 100 minut; liczba punktów do uzyskania: 30.

Powodzenia!

Zadanie 1. (0–1)

Dane są wyrażenia:

a) $-2^3 \cdot (-\frac{1}{2})^4 \cdot (-2)^2$

b) $2 : 0,4 - 1,4 : 0,35 - 0,35$

c) $\frac{2}{3 \cdot 1\frac{1}{2} - 2} - 2,8$

d) $4^2 : (-0,5)^2 \cdot (-\frac{1}{2})^4$

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Ile spośród powyższych wyrażeń ma wartość równą -2 ?

A. jedno

B. dwa

C. trzy

D. wszystkie

Zadanie 2. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Jeśli w liczbie jest 26 setek, 26 dziesiątek i 126 jedności to liczba ta jest równa 2986.	P	F
W liczbie 3284 jest 30 setek, 28 dziesiątek i 4 jedności.	P	F

INFORMACJA DO ZADAŃ 3. i 4.

Do szkolnego występu nauczycielka zaangażowała pięć dziewczynek i czterech chłopaków. Ich zadaniem było nauczyć się tekstów i zmierzyć stoperem czas ich wygłoszenia. W poniższej tabeli są łączne czasy wypowiedzi każdego z uczniów.

Czas 2'35'' oznacza 2 minuty i 35 sekund.

uczeń	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
łączny czas wypowiedzi	2'35''	3'10''	2'55''	2'	2'40''
uczeń	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	
łączny czas wypowiedzi	3'	3'25'	3'15''	3'5''	

Zadanie 3. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz C i D.

Jeśli dziewczęta wypowiadały swe kwestie bezpośrednio po sobie, tak samo jak chłopcy, to czas wypowiedzi dziewcząt:

- A. jest o 25 sekund krótszy od łącznego czasu wypowiedzi chłopców

B. jest o 35 sekund dłuższy od łącznego czasu wypowiedzi chłopców
- Jeśli uczniowie wypowiadali swoje kwestie bezpośrednio po sobie, to łączny czas ich wypowiedzi jest równy:
- C. 25 minut i 6 sekund

D. 26 minut i 5 sekund

Zadanie 4. (0–1)

Ta sama grupa uczniów miała wystąpić również dla rodziców. Okazało się, że dziewczynka oznaczona symbolem D₅ i chłopak oznaczony symbolem C₃ nie wystąpią z powodu kwarantanny.

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Jeśli w występie dla rodziców nie wezmą udziału te dwie osoby, to łączny czas występu będzie równy:

A. 21'16''

B. 21' 9''

C. 20'45''

D. 20'10''

Zadanie 5. (0–1)

Paweł rysował proste $p_1, p_2, p_3, p_4, \dots$ w taki sposób, że każda następna była prostopadła do poprzedniej.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Proste p_3 i p_{27} są równoległe.	P	F
Proste p_{22} i p_{31} są prostopadłe.	P	F

Zadanie 6. (0–1)

Wskaż zdanie prawdziwe:

A. Jeśli w czworokącie przekątne są prostopadłe, to ten czworokąt jest rombem.

B. Jeśli w czworokącie przekątne są równej długości, to ten czworokąt jest kwadratem.

C. Jeśli przekątne czworokąta dzielą się na połowy, to ten czworokąt jest równoległobokiem.

D. Jeśli czworokąt ma boki równej długości i przekątne dzielą się na połowy, to ten czworokąt jest kwadratem.

INFORMACJA DO ZADAŃ 7. i 8.

Dane są kwadraty, z których ułożono nową figurę F , zasłaniając ich części tak, że bok kolejnego kwadratu pokrywa się odpowiednio z przekątną mniejszego kwadratu.

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Jeśli bok najmniejszego kwadratu ma długość 3, to pole figury F , w której uwzględniamy widoczne części tych kwadratów, jest równe:

A. 92 (j²)

B. $142,5\sqrt{2}$ (j²)

C. $196\sqrt{2}$ (j²)

D. 211,5 (j²)

Sposób 2

Zauważamy, że jeśli obniżka jest o 5%, to cena będzie stawić 95% ceny wyjściowej. Obliczymy ceny po kolejnych obniżkach: 1 marca: $0,95 \cdot 160 = 152$ zł 8 marca $0,95 \cdot 152 = 144,40$ zł 15 marca $0,95 \cdot 144,4 = 137,18$ zł	Zauważamy, że jeśli obniżka jest o 8%, to cena będzie stawić 92% ceny wyjściowej. Obliczymy ceny po kolejnych obniżkach: 1 marca: $0,92 \cdot 160 = 147,20$ 11 marca: $0,92 \cdot 147,2 = 135,42$ zł 18 marca cena bluzy to 135,42 zł , bo kolejna obniżka będzie 21 marca.
---	---

Odp.: 18 marca cena bluzy w sklepie pani Ani będzie wynosić 137,18 zł.

Odp.: 18 marca cena bluzy w sklepie pana Piotra będzie wynosić 135,42 zł.

b)

Sklep pani Ani	Sklep pana Piotra
Postępujemy, jak w zadaniu 16, i ustalamy, ile będzie obniżek do 23 marca: będą 4 obniżki. Obliczamy: $0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 620 \approx 505$ zł Odp.: Kurtka będzie tańsza w sklepie pana Piotra.	Postępujemy, jak w zadaniu 16, i ustalamy, ile będzie obniżek do 23 marca: będą 3 obniżki. Obliczamy: $0,92 \cdot 0,92 \cdot 0,92 \cdot 620 \approx 483$ zł Odp.: Kurtka będzie tańsza w sklepie pana Piotra.

Punktacja:
3 p. – za w pełni poprawne rozwiązanie
2 p. – za właściwe uwzględnienie obniżki w każdym sklepie i poprawne ustalenie ceny bluzy lub obliczenie, w którym sklepie kurtka będzie tańsza
1 p. – za poprawną odpowiedź na pytanie a) lub b)

• Zadanie 17

Rozwiązanie:

	Zauważamy, że zaznaczony odcinek jest krótszą przekątną sześciokąta foremnego, więc $6 = a\sqrt{3} \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$. Możemy obliczyć pole tego sześciokąta: $P = 6 \cdot \frac{(2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3} \text{ [j}^2\text{]}$
	Odcinek o długości 6 jest wysokością tego trójkąta równobocznego, więc $6 = \frac{b\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = 4\sqrt{3}$. Mamy bok i wysokość, więc możemy obliczyć pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 6 = 12\sqrt{3} \text{ [j}^2\text{]}$
	Odcinek o długości 6 jest przekątną kwadratu, więc korzystamy ze wzoru na pole kwadratu: $P = \frac{6^2}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ [j}^2\text{]}$

Zauważamy, że $18\sqrt{3} > 12\sqrt{3}$ oraz $18\sqrt{3} > 18$, zatem największe pole powierzchni ma sześciokąt foremny.
Odp.: Największe pole powierzchni ma sześciokąt formemny. Jego pole $P = 18\sqrt{3}$ [j²].

Punktacja:
2 p. – za w pełni poprawne rozwiązanie
1 p. – za poprawne obliczenie pól dwóch z tych figur

• Zadanie 18

Rozwiązanie:

Jeżeli liczba jest podzielna przez 5, to jej ostatnią cyfrą jest 0 lub 5.
Ostatnią cyfrą liczby 2021 jest cyfra 1, zatem każda potęga liczby 2021 będzie miała w rzędzie jedności cyfrę 1.

Kolejne potęgi liczby z cyfrą jedności równą 2 będą miały ostatnie cyfry w powtarzającym się cyklu: 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6 ... itd
Wystarczy sprawdzić, ile takich powtórzeń zmieści się w wykładniku 2022; okazuje się że 505 czwórek i jeszcze zostaje reszta 2. Stąd wynika, że **ostatnią cyfrą liczby 2022²⁰²² jest cyfra 4**.
Zauważamy, że po dodaniu liczb, których cyfry jedności są odpowiednio równe 1 i 4, otrzymamy w rzędzie jedności cyfrę 5 => w ten sposób wykazaliśmy podzielność przez 5.

Punktacja:
2 p. – za w pełni poprawne rozwiązanie
1 p. – za zauważenie, że dowolna liczba, która ma w rzędzie jedności cyfrę jeden ma tę własność, że podniesiona do dowolnej potęgi też będzie miała w rzędzie jedności cyfrę 1 lub poprawne wyznaczenie cyfr jedności kolejnych potęg liczb, które w rzędzie jedności mają cyfrę 2.

• Zadanie 19

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez α miary kątów, na jakie podzieliła przekątna AC kąt BAD . Kąt ACD jest naprzemianległy do kąta BAC , więc też ma miarę α .
Korzystając z własności sumy kątów w trójkącie dla trójkąta ACD otrzymujemy:
 $120^\circ + 2\alpha = 180^\circ$
 $\alpha = 30^\circ$.
Prowadząc wysokość DE w trójkącie równoramiennym ACD punkt E podzieli przekątną AC na dwa odcinki, każdy **długości** $3\sqrt{3}$. Trójkąt prostokątny ADE o kątach ostrych 60° i 30° ma przeciwprostokątną AD o długości 6. Oznacza to, że $CD = 6$.
Trapez jest równoramienny, więc $BC = 6$ oraz kąt ABC jest równy 60° , a kąt ACB jest równy 90° .
Trójkąt ABC jest prostokątny z kątami ostrymi 60° i 30° , więc $AB = 12$.
 $Obwód = 6 + 6 + 6 + 12 = 30$ [j].
Odp.: Obwód trapezu ABCD jest równy 30 [j].

Punktacja:
3 p. – za w pełni poprawne rozwiązanie
2 p. – za poprawne obliczenie długości ramion trapezu oraz krótszej podstawy lub długości ramion i dłuższej podstawy
1 p. – za zauważenie, że trójkąt ACD jest równoramienny i obliczenie miary kąta przy jego podstawie

• **Zadanie 20**
Rozwiązanie:
$$\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{45}}{\sqrt{250} + \sqrt{1000}} = \frac{\sqrt{5 \cdot 10 \cdot 45}}{5\sqrt{10} + 10\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 9}}{15\sqrt{10}} = \frac{5 \cdot 3 \cdot \sqrt{10}}{15\sqrt{10}} = 1$$

Punktacja:
2 p. – za w pełni poprawne rozwiązanie
1 p. – za zapisanie licznika w postaci $\sqrt{5 \cdot 10 \cdot 45}$ lub mianownika w postaci $15\sqrt{10}$

• Zadanie 21

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez x cenę 1 kg jabłek, a przez y cenę 1 kg gruszek. Kwotę, jaką dysponujemy, możemy zapisać na dwa sposoby: $5x + 2$ oraz $5y - 3$.
Otrzymujemy równanie:
 $5x + 2 = 5y - 3$
 $2 + 3 = 5y - 5x$
 $5 = 5y - 5x \quad / : 5$
 $1 = y - x$
Odp.: Kilogram gruszek jest o złotówkę droższy od kilograma jabłek.

Punktacja:
3 p. – za w pełni poprawne rozwiązanie
2 p. – za poprawne ułożenie równania
1 p. – za poprawne zapisanie kwoty jaką dysponujemy ($5x + 2$ lub $5y - 3$)

Ilustracje: © Macrovector/Shutterstock.com, © SkyPics Studio/Shutterstock.com (Zad. 16)
Przygotowanie arkusza: Halina Juraszczyk, Renata Morawiec © Wydawnictwo Dragon 2022

Historie, których
nie da się zapomnieć.

Najlepsze reportaże czytaj na
 wyborcza.pl/historie

