wyborcza

PRÓBNY EGZAMIN ÓSMOKLASISTY
MATEMATYKA

Poniedziałek, 25 stycznia 2021

Przykładowy arkusz egzaminacyjny nr 1. Egzamin ósmoklasisty: **matematyka**

Instrukcja dla ucznia
1. Sprawdź, czy zestaw egzaminacyjny zawiera wszystkie zadania (1–21).
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
3. Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem.
4. Nie używaj korektora.
5. Rozwiązania zadań zamkniętych, tj. 1–16, zaznacz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach. W każdym zadaniu poprawna jest zawsze tylko jedna odpowiedź.
6. Rozwiązania zadań otwartych, tj. 17–22, zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.

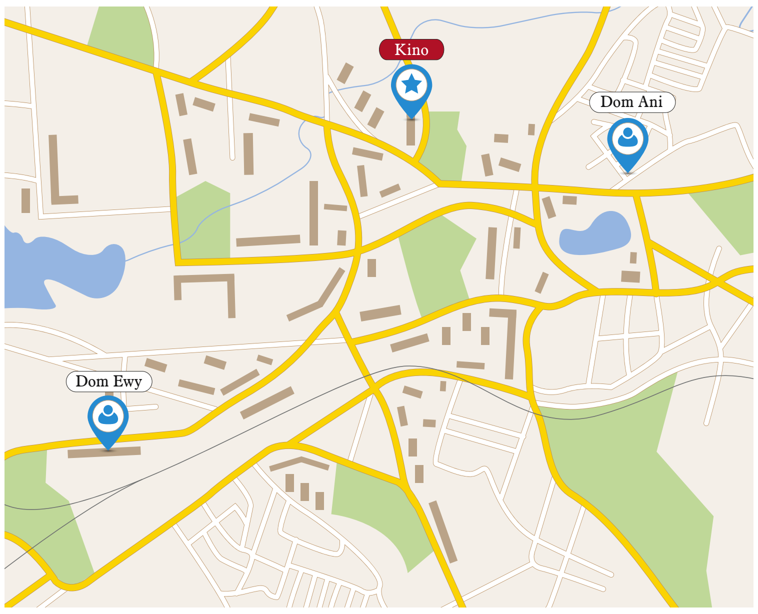
Powodzenia

Czas pracy: 100 minut

Liczba punktów do uzyskania: 32

INFORMACJA DO ZADAŃ 1., 2.

Na poniższej mapie zaznaczone jest kino, do którego wybierają się Ania i Ewa. Ania pojedzie tam autobusem, który musi pokonać 14 km. Ewa do kina ma dalej, bo 27 km, ale zawiezie ją mama.



Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeśli na powyższej mapie odległość, którą ma do pokonania autobus, ma długość 7 cm, to skala jest równa

A. 1:2000 **B.** 1:20 000 **C.** 1:200 000 **D.** 1:2 000 000

Zadanie 2. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Jeśli autobus pojedzie średnio z prędkością 42 km/h, to pokona tę trasę w ciągu 20 minut.	P	F
By dotrzeć do kina w pół godziny, Ewa z mamą muszą jechać ze średnią prędkością 54 km/h.	P	F

Zadanie 3. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Jeśli bilet normalny do kina kosztuje 20 zł, a ulgowy ma zniżkę 30%, to za dwa bilety ulgowe trzeba zapłacić **A** / **B**.

A. 12 zł **B.** 28 zł

Państwo Ciekawscy zakupili bilety dla siebie i dzieci, płacąc w kasie 82 zł. Oznacza to, że oprócz dwóch biletów normalnych kupili **C** / **D**.

C. 3 bilety ulgowe **D.** 4 bilety ulgowe

Zadanie 4. (0–1)

Pani Basia robi szalik na drutach. W ciągu godziny długość szalika wzrosła o 15 cm.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeśli pani Basia będzie pracować w takim samym tempie, to na wykonanie szalika o długości 1,8 m potrzebuje

A. 8 godzin **C.** 16 godzin
B. 12 godzin **D.** 18 godzin

Zadanie 5. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Spośród liczb: $-0{,}3$; $-1{,}37$; $0{,}7(21)$, $1{,}11$; $0{,}7(19)$ najbliższą liczbie -1 jest liczba $-0{,}3$.	P	F
Liczba o 3,2 mniejsza od $-7{,}25$ to $-4{,}05$.	P	F

Zadanie 6. (0–1)

Dane są odcinki o długościach: 2 dm; 18 cm; 1,5 dm; 3,4 dm i 24 cm.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Nie można zbudować trójkąta z odcinków o długościach

A. 24 cm; 1,8 dm; 2 dm
B. 1,5 dm; 3,4 dm; 24 cm
C. 18 cm; 1,5 dm; 3,4 dm
D. 2 dm; 18 cm; 1,5 dm

Zadanie 7. (0–1)

W trójkącie prostokątnym równoramiennym najkrótsza wysokość ma 8 cm.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego trójkąta jest równe

A. 16 cm^2 **C.** 64 cm^2
B. 32 cm^2 **D.** 96 cm^2

Zadanie 8. (0–1)

Stół kuchenny ma 60 cm szerokości, zaś jego długość jest o 40% większa od szerokości.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek długości stołu do jego szerokości jest równy

A. $\frac{6}{4}$ **C.** $\frac{1}{1,4}$

B. $\frac{60}{84}$ **D.** $\frac{7}{5}$

INFORMACJE DO ZADANIA 9.

Ania wybiera się z koleżankami na przyjęcie urodzinowe Zosi. Najpierw musi jednak odrobić zadanie domowe, wyjść na spacer ze swoim pieskiem i odebrać płaszcz z pralni. Sporządziła listę zadań do wykonania (patrz niżej), na której zapisała czas potrzebny na wykonanie tych czynności.

- zadanie domowe: 1 h 10 min
- spacer z Pimpkiem: 25 min
- odbiór płaszcza z pralni: 45 min

Zadanie 9. (0–1)

Na dojście do przystanku tramwajowego Ania potrzebuje 12 minut. Właśnie tam umówiła się z koleżankami na godzinę 17:15.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeśli Ania zacznie wykonywać swoje obowiązki o godzinie 15:05, to

A. zabraknie jej nieco ponad 20 minut.

B. zabraknie jej dokładnie 10 minut.

C. zdąży na przystanek 2 minuty przed umówionym czasem.

D. będzie miała jeszcze 7 minut wolnego czasu.

Zadanie 10. (0–1)

Tramwaj pokonał odległość 8 km w ciągu 12 minut.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Tramwaj jechał ze średnią prędkością 40 km/h.	**P**	**F**
Jadąc stale z tą samą prędkością, tramwaj pokona odległość 15 km w ciągu 21 minut.	**P**	**F**

INFORMACJE DO ZADAŃ 11., 12.

Dziewczynki postanowiły kupić wspólny upominek urodzinowy dla Zosi. Wydatkiem podzieliły się po równo. Ania miała do dyspozycji 30 zł i wydała z tego 30%. Basia ze swoich pieniędzy wydała 36%, a Natalka ze swoich – 25%.

Zadanie 11. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Basia dysponowała kwotą

A. 20 zł **C.** 28 zł

B. 25 zł **D.** 32 zł

Zadanie 12. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

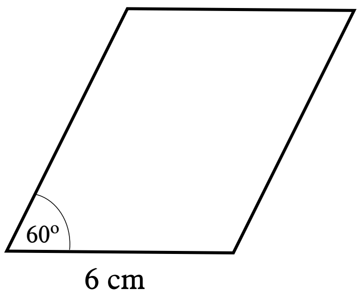
Prezent dla Zosi kosztował

A. 27 zł **C.** 32 zł

B. 28 zł **D.** 36 zł

Zadanie 13. (0–1)

Na rysunku poniżej narysowany jest romb.



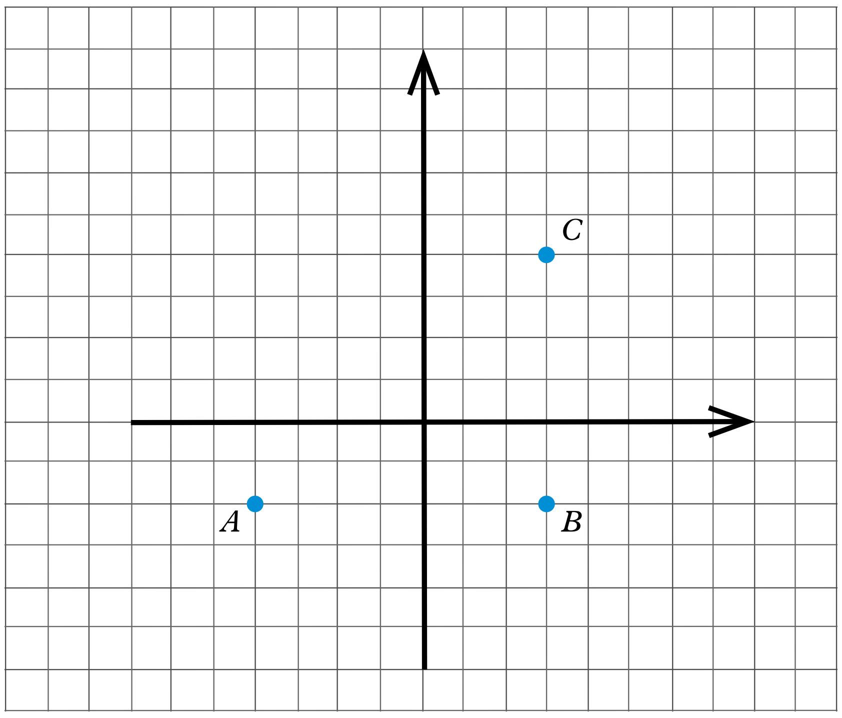
Czy pole narysowanego rombu jest równe $18\sqrt{3}$ cm²?

Wybierz odpowiedź A (Tak) albo B (Nie) i jej uzasadnienie spośród 1, 2 lub 3.

A.	Tak,	ponieważ	**1.**	pole tego rombu jest równe 18 cm².
			2.	brakuje danych, żeby to pole obliczyć.
B.	Nie,		**3.**	krótsza przekątna dzieli ten romb na dwa trójkąty równoboczne o polu $9\sqrt{3}$ cm².

INFORMACJE DO ZADAŃ 14., 15., 16.

W układzie współrzędnych dane są punkty $A = (-4, -2)$, $B = (3, -2)$ oraz $C = (3, 4)$, które są wierzchołkami prostokąta.



Zadanie 14. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współrzędne punktu P – przecięcia się przekątnych tego prostokąta – to

A. $P = (-0,5,\ 0,5)$ **C.** $P = (0,5,\ 1,5)$

B. $P = (0,5,\ -0,5)$ **D.** $P = (-0,5,\ 1)$

Zadanie 15. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna BD ma długość

A. $\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{28}$ **C.** $\sqrt{42}$ **D.** $\sqrt{85}$

Zadanie 16. (0–1)

Na boku BC zaznaczono punkt K w taki sposób, że pole trójkąta ABK jest równe 25% pola prostokąta $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Punkt K ma współrzędne

A. (3, –1) **C.** (3, 2)

B. (3, 1) **D.** (3, 3)

Zadanie 17. (0–2)

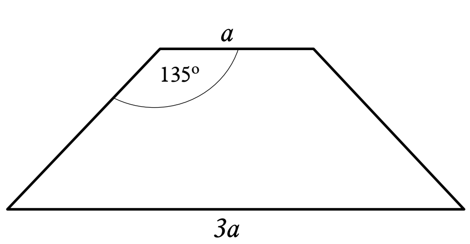
Dana jest liczba czterocyfrowa $6a75$, gdzie litera a oznacza cyfrę setek. **Uzasadnij, że istnieją cztery różne cyfry, które można wstawić w miejsce *a*, aby ta czterocyfrowa liczba była podzielna przez 5 i przez 3.**

Zadanie 18. (0–2)

Odległość w linii prostej z Bielska-Białej do Lublina wynosi $3{,}2054 \cdot 10^7$ cm, a z Bielska-Białej do Warszawy – $3{,}2735 \cdot 10^5$ m. **Oblicz, które z tych miast jest dalej położone od Bielska-Białej i o ile kilometrów.**

Zadanie 19. (0–2)

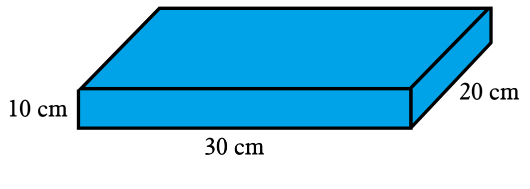
Dany jest trapez równoramienny, jak na rysunku poniżej.

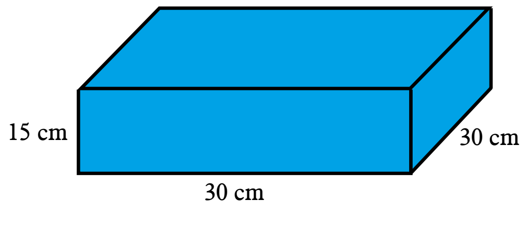


Uzasadnij, że pole tego trapezu jest równe $2a^2$ $(j)^2$.

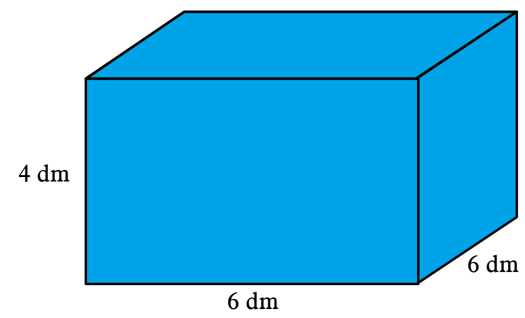
Zadanie 20. (0–3)

Producent bombek choinkowych pakuje je do prostopadłościennych pudełek. Mniejsze pudełka mają wymiary: 20 cm × 30 cm × 10 cm, a większe: 15 cm × 30 cm × 30 cm.





Następnie pudełka są wkładane do dużych kartonów o wymiarach podanych na rysunku.



Ile sztuk mniejszych pudełek może pomieścić ten karton, a ile może pomieścić pudełek dużych?

Zadanie 21. (0–3)

Wyciąg narciarski wywozi narciarzy na szczyt góry, pokonując różnicę wysokości równą 0,576 km. Średnie nachylenie wyciągu to 30°. **Oblicz:**

a) ile minut trwa wyjazd kolejką na ten szczyt, jeśli średnia prędkość kolejki jest równa 2,4 m/s;

b) o ile krótszy byłby wyjazd na szczyt, gdyby średnia prędkość wzrosła o 0,8 m/s.

Zadanie 22. (0–4)

Ania wraz z ośmioletnią siostrą Ewą już myślą o wakacjach. Postanowiły poszukać czegoś ciekawego dla swojej czteroosobowej rodziny. Na stronach internetowych znalazły ofertę letniego wypoczynku w pięknej górskiej okolicy.

Dla czteroosobowej rodziny: 1 dzień (obiadokolacja + nocleg + śniadanie) – koszt 390 zł

Dodatkowe atrakcje:
- wypożyczenie roweru – 6 zł/h lub 15 zł/3 h
- wypożyczenie roweru wodnego dla 4 osób – 24 zł/h
- wypożyczenie sprzętu wędkarskiego – 5 zł/h
- wynajem kortu tenisowego – 20 zł/h
- cykl warsztatów „malowanie na szkle”
  (7 spotkań jednogodzinnych) dla całej rodziny – 150 zł

UWAGA! BONUS za pobyt powyżej 6 dni:
1. zniżka 15% od całego rachunku
2. darmowe wypożyczenie czterech rowerów na 1 godzinę.

Ile zapłacili rodzice Ani i Ewy za siedmiodniowy pobyt w tym pensjonacie, jeśli dodatkowo skorzystali z cyklu warsztatów „malowanie na szkle”, wypożyczyli rowery na dwugodzinną wycieczkę i skorzystali z roweru wodnego przez jedną godzinę?

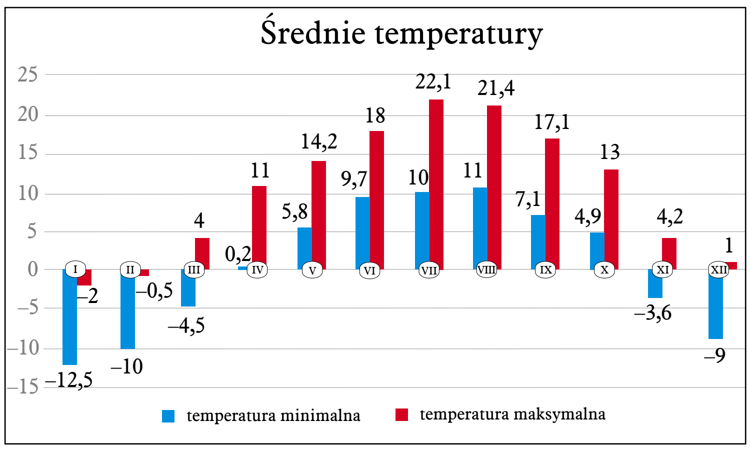
Przykładowy arkusz egzaminacyjny nr 2. Egzamin ósmoklasisty: **matematyka**

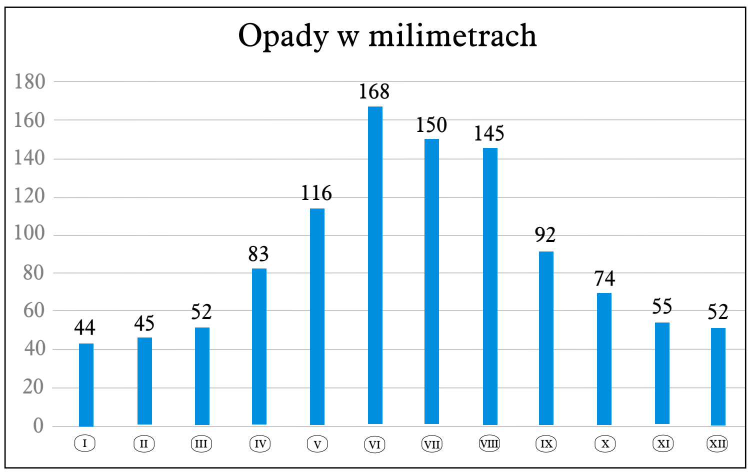
Instrukcja dla ucznia
1. Sprawdź, czy zestaw egzaminacyjny zawiera wszystkie zadania (1–22).
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
3. Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem.
4. Nie używaj korektora.
5. Rozwiązania zadań zamkniętych, tj. 1–16, zaznacz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach. W każdym zadaniu poprawna jest zawsze tylko jedna odpowiedź.
6. Rozwiązania zadań otwartych, tj. 17–22, zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.

Powodzenia
Czas pracy: 100 minut
Liczba punktów do uzyskania: 32

INFORMACJA DO ZADAŃ 1., 2., 3.

W pewnym schronisku jest tablica, na której zamieszczone są wykresy średnich temperatur – minimalnych i maksymalnych w poszczególnych miesiącach – oraz informacja o wysokości opadów.





Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ujemną temperaturę odnotowano w

A. 2 miesiącach
B. 3 miesiącach
C. 4 miesiącach
D. 5 miesiącach

Zadanie 2. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Tylko w lipcu różnica między temperaturą maksymalną a minimalną jest większa niż 11°C.	**P**	**F**
Średnia maksymalna temperatura w drugim kwartale jest o ponad 8°C wyższa niż średnia maksymalna temperatura w czwartym kwartale.	**P**	**F**

Zadanie 3. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Suma opadów w pierwszym półroczu jest **A** / **B**.

A. większa niż w drugim półroczu
B. mniejsza niż w drugim półroczu

Miesięczne opady poniżej 100 mm odnotowano w **C** / **D**.

C. 6 miesiącach
D. 8 miesiącach

Zadanie 4. (0–1)

Dane są liczby: $(-1)^0$; $0{,}92$; $\sqrt[3]{7}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\sqrt{17}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby te są zapisane w kolejności rosnącej w szeregu

A. $(-1)^0$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $0{,}92$; $\sqrt[3]{7}$; $\sqrt{17}$
B. $0{,}92$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $(-1)^0$; $\sqrt{17}$; $\sqrt[3]{7}$
C. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $0{,}92$; $(-1)^0$; $\sqrt[3]{7}$; $\sqrt{17}$
D. $(-1)^0$; $0{,}92$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\sqrt{17}$; $\sqrt[3]{7}$

Zadanie 5. (0–1)

W układzie współrzędnych dane są punkty $A=(-3,-4)$, $B=(5,-1)$ oraz $C=(-3,2)$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Długość odcinka AB jest równa $\sqrt{73}$.	**P**	**F**
Trójkąt ABC jest równoramienny.	**P**	**F**

Zadanie 6. (0–1)

Czy każda liczba spośród: -2; $\frac{1}{4}$; 3; 5 spełnia równanie:

$$\frac{x+5}{3}-\frac{4-x}{2}=\frac{5}{6}x-\frac{1}{3}$$

Wybierz odpowiedź A (Tak) albo B (Nie) i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

A	Tak,	ponieważ	**1.**	tylko liczba 3 spełnia to równanie.
			2.	każda liczba rzeczywista spełnia to równanie.
B	Nie,		**3.**	jest to równanie sprzeczne.

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzecia część liczby 27^{12} jest równa

A. 3^4 **B.** 3^{12} **C.** 3^{35} **D.** 27^4

Zadanie 8. (0–1)

W systemie miar długości Wolnego Miasta Krakowa z 1836 r. stosowane były następujące miary:

1 cal = 0,0248 m 1 stopa = 12 cali
1 łokieć = 2 stopy 1 sążeń = 3 łokcie

(źródło: https://pl.wikipedia.org/wiki/Miary_krakowskie)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Cztery sążnie to

A. więcej niż 7 metrów. **B.** mniej niż 7 metrów.

Trzy sążnie to

C. 24 stopy. **D.** 216 cali.

Zadanie 9. (0–1)

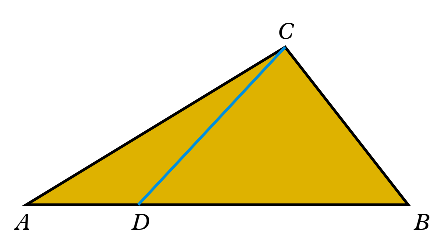
W klasie VIII a jest 14 dziewczynek i 11 chłopców. W klasie VIII b jest 12 dziewczynek i 8 chłopców. W każdej klasie należy losowo wybrać jednego chłopaka.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Większa szansa na losowy wybór chłopaka jest w klasie VIII a.	**P**	**F**
Również prawdopodobieństwo wyboru dziewczynki jest większe w klasie VIII a.	**P**	**F**

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC (rysunek obok) i punkt D, którego odległość od punktu B jest trzy razy większa niż odległość od punktu A.



Czy pole trójkąta DBC jest trzy razy większe od pola trójkąta ADC?

Wybierz odpowiedź A (Tak) albo B (Nie) i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

<table>
<tr><td>A</td><td>Tak,</td><td rowspan="3">ponieważ</td><td>1.</td><td>mają tę samą wysokość, a bok, na który jest poprowadzona, jest trzy razy dłuższy od boku AD.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B</td><td rowspan="2">Nie,</td><td>2.</td><td>jest zbyt mało danych.</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>tylko w trójkątach prostokątnych jest to możliwe.</td></tr>
</table>

Zadanie 11. (0–1)

Wysokości w pewnym trójkącie prostokątnym mają długości: 4,8 cm, 6 cm oraz 8 cm.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego trójkąta jest równe

A. 12 cm^2 **C.** 19,2 cm^2

B. 14,4 cm^2 **D.** 24 cm^2

INFORMACJA DO ZADAŃ 12., 13.

Jedna ze stacji telewizyjnych przygotowała cykliczny program związany z ochroną przyrody. Emisja tego programu odbywała się we wszystkie wtorki września, października i listopada 2018 r.

Zadanie 12. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wiedząc, że 1 listopada 2018 r. wypadł w czwartek, można stwierdzić, że wszystkich odcinków tego programu było

A. 14 **C.** 12

B. 13 **D.** 11

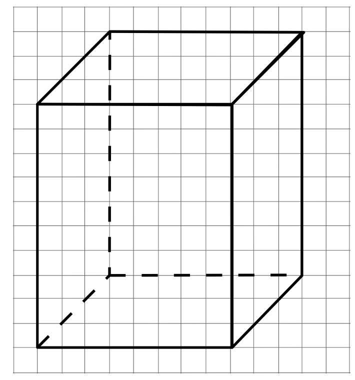
Zadanie 13. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeśli każdy odcinek trwał 25 minut, to łączny czas emisji programu w październiku jest równy

A. 1 h 15 min **C.** 2 h 5 min

INFORMACJA DO ZADAŃ 14., 15. i 16.



Prostopadłościan o wymiarach 6 cm × 8 cm × 10 cm rozcięto na małe sześciany o krawędzi 2 cm.

Zadanie 14. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po rozcięciu prostopadłościanu uzyskamy

A. 36 małych sześcianów **C.** 48 małych sześcianów

B. 40 małych sześcianów **D.** 60 małych sześcianów

Zadanie 15. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość prostopadłościanu przed rozcięciem jest równa

A. 0,048 dm^3 **B.** 0,48 dm^3 **C.** 4,8 dm^3 **D.** 48 dm^3

Zadanie 16. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Powierzchnia małego sześcianu stanowi więcej niż 10% powierzchni prostopadłościanu.	**P**	**F**
Powierzchnia małego sześcianu stanowi mniej niż 8% powierzchni prostopadłościanu.	**P**	**F**

Zadanie 17. (0–2)

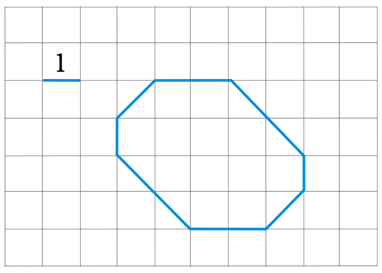
Uzasadnij, że liczba w postaci $10^{10} - 4$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 18. (0–2)

Asia kupiła 11 zeszytów dwojakiego rodzaju: 32-kartkowe i 60-kartkowe. 32-kartkowe kosztowały 3,10 zł, a 60-kartkowe były o 1,10 zł droższe. Za wszystkie zapłaciła 37,40 zł. **Oblicz, ile kupiła zeszytów 60-kartkowych.**

Zadanie 19. (0–2)

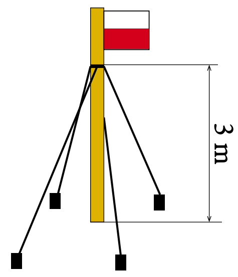
Wiedząc, że długość jednej kratki jest równa 1, oblicz obwód narysowanego obok ośmiokąta.



Zadanie 20. (0–3)

Maszt z flagą jest podtrzymywany przez cztery liny zaczepione na maszcie i umocowane w podłożu. Uchwyty mocujące w podłożu są ustawione tak, że tworzą cztery wierzchołki kwadratu o boku 6 m. Maszt stoi w punkcie przecięcia się przekątnych tego kwadratu i do miejsca zaczepienia lin jest 3 m.

Oblicz, ile metrów liny potrzeba na takie ustawienie masztu, jeśli wiadomo, że na węzły trzeba doliczyć 15% więcej. Do obliczeń należy przyjąć, że $\sqrt{3} \approx 1{,}7$.

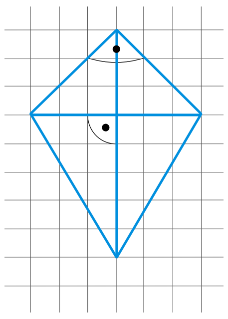


Zadanie 21. (0–3)

Wykaż, że wśród liczb dwucyfrowych są 23 liczby, które dzielą się przez 2, a nie dzielą się przez 4.

Zadanie 22. (0–4)

Jasio z Wojtkiem postanowili zrobić latawiec. Najpierw sporządzili szkic (rysunek obok) i ustalili jego wielkość. Zdecydowali, że utworzą go z dwóch trójkątów, z których – jak widać na rysunku – jeden jest prostokątny, a drugi jest równoboczny o polu $9\sqrt{3}$ dm^2. Do dyspozycji mają dwie listewki: jedna o długości 3 m, a druga ma tylko 90 cm.



Sprawdź, czy wystarczy listewek do wykonania konstrukcji takiego latawca (listewki zaznaczone są na rysunku kolorem niebieskim), a także oblicz całkowitą powierzchnię latawca.

Do obliczeń przyjmij, że $\sqrt{3} \approx 1{,}73$, zaś $\sqrt{2} \approx 1{,}41$.

Zapisz wszystkie obliczenia.

1 RP

Rozwiązania

Arkusz nr 1

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Prawidłowe odpowiedzi	C	PP	BC	B	FF	C	C	D
Numer zadania	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
Prawidłowe odpowiedzi	A	PF	B	A	A3	D	D	B

ZADANIA OTWARTE

• Zadanie 17. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Liczba jest podzielna przez 5, jeśli w rzędzie jedności jest 0 lub 5. Dana liczba czterocyfrowa ma w rzędzie jedności cyfrę 5, zatem dzieli się przez 5. Podzielność przez 3 będzie wówczas, gdy suma cyfr tej liczby będzie podzielna przez 3.

6	*a*	7	5	liczba	suma cyfr
6	0	7	5	6075	18
6	3	7	5	6375	21
6	6	7	5	6675	24
6	9	7	5	6975	27

Aby suma cyfr była podzielna przez 3, w miejsce a można wstawić tylko cztery powyższe cyfry oznaczone kolorem.

Odpowiedź: Aby ta czterocyfrowa liczba była podzielna przez 5 i przez 3, w miejsce a można wstawić cyfrę: 0, 3, 6 lub 9.

• Zadanie 18. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Przystępując do rozwiązywania zadania, należy zwrócić uwagę, że odległości podane w notacji wykładniczej wyrażone są w różnych jednostkach: metrach i centymetrach. Zatem trzeba najpierw doprowadzić do jednakowych jednostek:

$3{,}2054 \cdot 10^7$ cm = 320,54 km – odległość z Bielska-Białej do Lublina wyrażona w km

$3{,}2735 \cdot 10^5$ m = 327,35 km – odległość z Bielska-Białej do Warszawy wyrażona w km

Następnie obliczamy różnicę tych odległości:

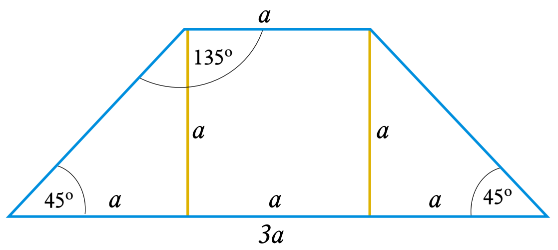
327,35 km – 320,54 km = 6,81 km

Odpowiedź: Dalej od Bielska-Białej jest położona Warszawa. Różnica odległości wynosi 6,81 km.

• Zadanie 19. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Zauważamy, że kąty ostre tego trapezu mają miary 45°, a dłuższa podstawa przez dorysowane wysokości jest podzielona na trzy równe odcinki o długości a. W ten sposób uzyskuje się trójkąty prostokątne równoramienne, w których ramiona też mają długość a. Oznacza to, że wysokość trapezu ma długość a.



Pierwszy sposób

Pole trapezu można obliczyć po podstawieniu do wzoru: $P = \frac{(a+3a)a}{2} = \frac{4a \cdot a}{2} = 2a^2$

Drugi sposób

Pole każdego z tych trójkątów równoramiennych jest równe $\frac{1}{2}a^2$, więc dwa trójkąty mają pole równe a^2.

Zatem pole trapezu jest równe $2a^2$.

• Zadanie 20. (0–3)

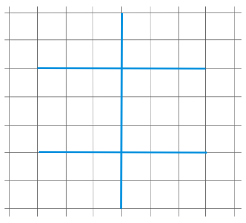
Przykładowy sposób rozwiązania

Najpierw ustalamy jednostki: albo cm, albo dm.

Mniejsze pudełko ma wymiary: 2 dm × 3 dm × 1 dm.

Większe pudełko ma wymiary: 1,5 dm × 3 dm × 3 dm.

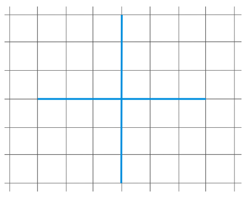
Następnie ustalamy sposób ułożenia małych pudełek w kartonie i ich liczbę w pierwszej warstwie. Zauważamy, że na dnie kartonu można ułożyć 6 kartonów.



Jedna warstwa ma wysokość 1 dm, zatem zmieszczą się 4 warstwy.

$4 \cdot 6 = 24$ mniejsze pudełka

Później ustalamy sposób umieszczenia większych pudełek w kartonie.



Zauważamy, że na dnie kartonu zmieszczą się 4 duże pudełka. Jedna warstwa ma wysokość 1,5 dm, zatem w kartonie zmieszczą się tylko dwie warstwy.

$4 \cdot 2 = 8$ dużych pudełek

Odpowiedź: W kartonie zmieszczą się 24 mniejsze pudełka albo 8 większych.

• Zadanie 21. (0–3)

Przykładowy sposób rozwiązania

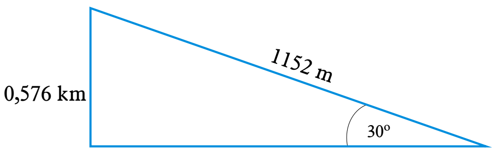
Zauważamy, że należy wykorzystać własności trójkąta „ekierkowego" o kątach 30°, 60° i 90°.

a) Korzystając z tych własności, można obliczyć długość trasy kolejki: 2 · 0,576 = 1152 m

Jeśli średnia prędkość kolejki to 2,4 m/s, obliczamy czas, w którym kolejka wyjedzie na szczyt:

1152 : 2,4 = 480 s

480 s = 8 min



b) Obliczamy nową prędkość, z jaką działałby wyciąg: 2,4 + 0,8 = 3,2 m/s

Następnie układamy proporcję:

3,2 m – w 1 s

1152 m – w y s

y = 360 s = 6 min

8 – 6 = 2 min

Odpowiedź: Wyjazd kolejką na szczyt trwa 8 minut. Wyjazd byłby krótszy o 2 minuty, gdyby średnia prędkość wyciągu wzrosła o 0,8 m/s.

• Zadanie 22. (0–4)

Przykładowy sposób rozwiązania

Jeśli pobyt czteroosobowej rodziny na 1 dzień kosztuje 390 zł, to za siedmiodniowy pobyt trzeba zapłacić 7 · 390 = 2730 zł.

Teraz obliczamy wysokość opłat za korzystanie z dodatkowych atrakcji. Zauważamy, że rodzina wykupiła pobyt dłuższy niż 6 dni, więc należy się jej zniżka w wysokości 15% od całego rachunku. Poza tym dzięki bonusowi może uiścić opłatę nie za dwie godziny wypożyczenia rowerów, ale tylko za jedną.

Podsumowujemy wydatki:

- warsztaty „malowanie na szkle": 150 zł
- wypożyczenie rowerów na 1 godzinę: 4 · 6 = 24 zł
- wypożyczenie roweru wodnego: 24 zł

Razem: 198 zł

Łączny koszt przed rabatem wynosi więc: 2730 zł + 198 zł = 2928 zł. Uwzględniając rabat, uzyskujemy: 0,85 · 2928 = 2488,80 zł.

Odpowiedź: Rodzice Ani i Ewy za siedmiodniowy pobyt w pensjonacie zapłacili 2488,80 zł.

Arkusz nr 2

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Prawidłowe odpowiedzi	D	PP	BD	C	PP	A2	C	AD
Numer zadania	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
Prawidłowe odpowiedzi	PF	A1	D	B	C	D	B	FP

ZADANIA OTWARTE

• Zadanie 17. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Liczba jest podzielna przez 3, jeśli suma jej cyfr jest podzielna przez 3.

Podnosząc 10 do potęgi 10, otrzymujemy 10 000 000 000. Jeśli od tej liczby odejmiemy liczbę 4, to uzyskamy:

$$\begin{array}{r} 10\,000\,000\,000 \\ -\qquad\qquad\quad 4 \\ \hline 9\,999\,999\,996 \end{array}$$

Odpowiedź: Suma cyfr tej liczby wynosi 87, a więc jest ona podzielna przez 3.

• Zadanie 18. (0–2)

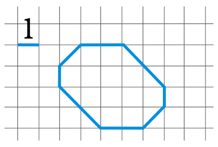
Przykładowy sposób rozwiązania

Najpierw dokonajmy następujących oznaczeń:
x – liczba zeszytów 32-kartkowych, w cenie 3,10 zł za sztukę
$(11 - x)$ – liczba zeszytów 60-kartkowych, w cenie 4,20 zł za sztukę
Następnie zapisujemy koszt zakupu wszystkich zeszytów:
$3{,}1x + 4{,}2(11 - x) = 37{,}40$ zł
Rozwiązaniem tego równania jest liczba $x = 8$ sztuk (wskazująca na liczbę zeszytów 32-kartkowych).
Następnie obliczamy, ile było zeszytów 60-kartkowych:
$8 \cdot 3{,}10 = 24{,}80$ zł (koszt wszystkich zeszytów 32-kartkowych)
$37{,}40 - 24{,}80 = 12{,}60$ zł (kwota przeznaczona na zakup zeszytów 60-kartkowych)
$12{,}60 : 4{,}20 = 3$ (liczba zeszytów 60-kartkowych)

Odpowiedź: Asia kupiła 3 zeszyty 60-kartkowe.

• Zadanie 19. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

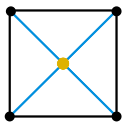


Zauważamy, że dwa boki mają długość 2, a inne dwa boki mają długość 1.
Pozostałe cztery boki obliczamy tak, jak przekątne kwadratu o boku 2 oraz o boku 1.

Zatem obwód jest równy: $2\left(1+2+\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)=6+2\sqrt{2}+4\sqrt{2}=6+6\sqrt{2}$

• Zadanie 20. (0–3)

Przykładowy sposób rozwiązania



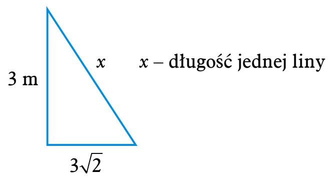
Przystępując do rozwiązania zadania, warto wykonać schematyczne rysunki figur, o których mowa w treści zadania.
Uchwyty mocujące w podłożu tworzą cztery wierzchołki kwadratu, a maszt stoi w punkcie przecięcia się przekątnych.

Korzystając ze wzoru na przekątną kwadratu, można podać, jaka jest odległość zamocowania liny w podłożu od punktu, w którym ustawiony jest maszt. Przekątna tego kwadratu ma długość $6\sqrt{2}$ m, zatem jej połowa jest równa $3\sqrt{2}$ m.

Teraz wystarczy narysować trójkąt utworzony przez maszt, linę mocującą i połowę przekątnej.

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa, można obliczyć długość jednej liny:

$3^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2=x^2$
$9+18=x^2$
$27=x^2$
$x=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$



Następnie obliczamy przybliżoną długość jednej liny mocującej:
$3 \cdot 1{,}7 = 5{,}1$ (m)
Wobec tego cztery liny mają długość:
$4 \cdot 5{,}1 = 20{,}4$ (m)
Na koniec musimy uwzględnić 15% na węzły:
$1{,}15 \cdot 20{,}4 = 23{,}46$ m

Odpowiedź: Na takie ustawienie masztu potrzeba 23,46 m liny.

• Zadanie 21. (0–3)

Przykładowy sposób rozwiązania

Pierwszy sposób

Liczb dwucyfrowych jest 90; spośród nich przez 2 dzielą się 45 liczby, zaś podzielnych przez 4 (i tym samym przez 2) jest 22. Następnie obliczamy liczbę liczb podzielnych przez 2, a niepodzielnych przez 4: $45 - 22 = 23$.

Drugi sposób

Wypisujemy liczby parzyste w poszczególnych dziesiątkach:
10, 12, 14, 16, 18
20, 22, 24, 26, 28
30, 32, 34, 36, 38
40, 42, 44, 46, 48
50, 52, 24, 56, 58
60, 62, 64, 66, 68
70, 72, 74, 76, 78
80, 82, 84, 86, 88
90, 92, 94, 96, 98
Następnie zaznaczamy liczby podzielne przez 4: jest ich łącznie 22.
Stąd: $45 - 22 = 23$.

• Zadanie 22. (0–4)

Przykładowy sposób rozwiązania

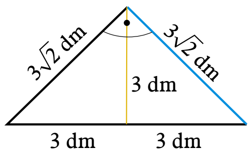
Zauważamy, że jeśli pole trójkąta równobocznego jest równe $9\sqrt{3}$, to można obliczyć długość boku tego trójkąta:

$\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}$

$a^2\sqrt{3}=36\sqrt{3}$

$a^2=36$

$a = 6$ (dm) – długość boku trójkąta równobocznego, a wysokość ma długość $3\sqrt{3}$ dm.



Zatem w trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 6 dm, a wysokość poprowadzona na przeciwprostokątną ma 3 dm.

Patrząc na rysunek tego trójkąta, zauważamy prawidłowość ukazaną na ilustracji obok.

Teraz można obliczyć długość potrzebnych listewek:

$6+6+6+3+3\sqrt{3}+6\sqrt{2}\approx 21+3\cdot 1{,}73+6\cdot 1{,}41=21+5{,}19+8{,}46=34{,}65$ dm

Po zamianie jednostek uzyskujemy: 34,65 dm = 3,465 m

Ponieważ 3,465 m < 3,9 m, listewek wystarczy.

Następnie obliczamy powierzchnię latawca, sumując pole trójkąta równobocznego (jest już podane w treści) oraz trójkąta prostokątnego, którego długość boków znamy.

Obliczamy pole trójkąta prostokątnego: $P=\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 3=9$ (dm^2)

Zatem pole powierzchni całkowitej latawca jest równe: $P_c=9\sqrt{3}+9$ (dm^2)

Odpowiedź: Listewek wystarczy do wykonania konstrukcji takiego latawca, a pole całkowite latawca jest równe $9\sqrt{3}+9$ (dm2).