wyborcza

PRÓBNY EGZAMIN ÓSMOKLASISTY
MATEMATYKA

Poniedziałek, 12 kwietnia 2021

Przykładowy arkusz egzaminacyjny nr 1. Egzamin ósmoklasisty: **matematyka**

Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy zestaw egzaminacyjny zawiera wszystkie zadania (1–22).
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
3. Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem.
4. Nie używaj korektora.
5. Rozwiązania zadań zamkniętych, tj. 1–16, zaznacz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach. W każdym zadaniu poprawna jest zawsze tylko jedna odpowiedź.
6. Rozwiązania zadań otwartych, tj. 17–22, zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.

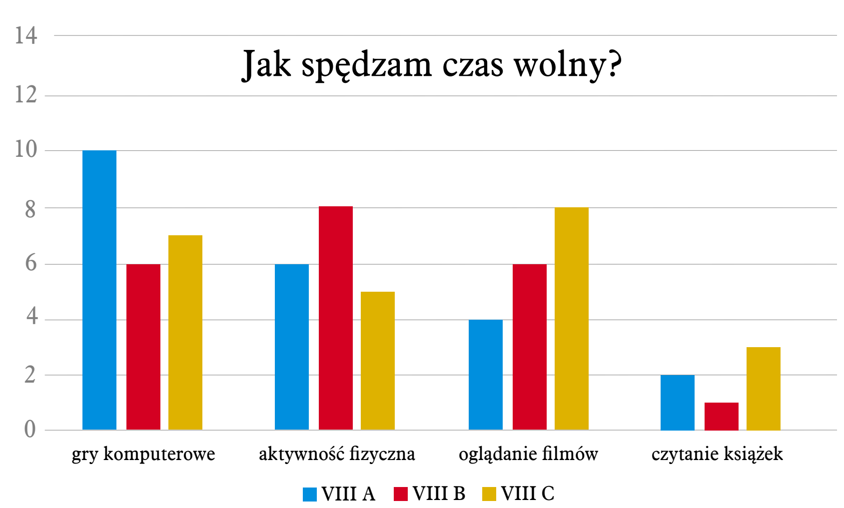
Powodzenia

Czas pracy: 100 minut

Liczba punktów do uzyskania: 32

Zadanie 1. (0–1)

Wśród uczniów klas VIII a, VIII b i VIII c pewnej szkoły podstawowej przeprowadzono badania dotyczące sposobu spędzania przez nich czasu wolnego. Wyniki przedstawia poniższy diagram.



Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wśród wszystkich uczniów klas ósmych, ci, którzy w czasie wolnym czytają książki, stanowią mniej niż | A | B |.

A. 10% **B.** 9%

W najmniej licznej klasie największy odsetek uczniów w czasie wolnym | C | D |.

C. uprawia aktywność fizyczną **D.** ogląda filmy

Zadanie 2. (0–1)

Dany jest trójkąt równoramienny o obwodzie 32 cm. Wiadomo, że długość podstawy tego trójkąta jest o 20% większa od długości jego ramienia.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe

Ramię trójkąta ma długość 12 cm.	**P**	**F**
Pole trójkąta wynosi 48 cm^2.	**P**	**F**

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba całkowita n taka, że $n \le \sqrt{15^2 - 3^2} \le n+1$ jest równa

A. 12 **B.** 13 **C.** 14 **D.** 15

Zadanie 4. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wartość wyrażenia $\left(\frac{3}{4}\right)^{10} \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^{11}$ jest równa wartości wyrażenia | A | B |.

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{3}{4}$

Wartość wyrażenia $4^{10} : 2$ jest równa wartości wyrażenia | C | D |.

C. 2^{10} **D.** 2^{19}

Zadanie 5. (0–1)

W torebce znajduje się 10 cukierków czekoladowych, 5 owocowych i 12 orzechowych.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Wśród 11 wylosowanych cukierków na pewno znajdzie się cukierek czekoladowy.	**P**	**F**
Jeżeli chcemy wylosować co najmniej jeden cukierek orzechowy, to musimy wyciągnąć z torebki przynajmniej 16 cukierków.	**P**	**F**

Zadanie 6. (0–1)

Dane są liczby $5\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, $3\sqrt{7}$ i $2\sqrt{5^2 - 3^2}$.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Największą liczbą spośród podanych jest | A | B |.

A. $2\sqrt{5^2 - 3^2}$ **B.** $5\sqrt{3}$

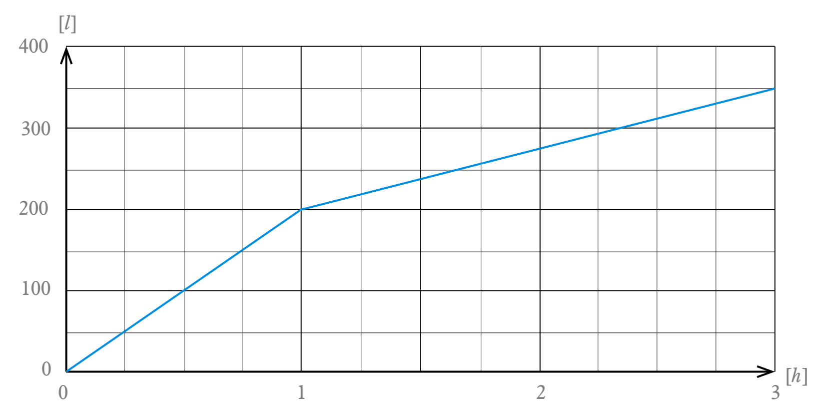
Najmniejszą liczbą spośród podanych jest | C | D |.

C. $3\sqrt{5}$ **D.** $2\sqrt{5^2 - 3^2}$

Zadanie 7. (0–1)

Zbiornik o pojemności 350 l jest napełniany za pomocą dwóch pomp. Przez pierwszą godzinę pracują dwie pompy, ale po tym czasie zbiornik jest dalej napełniany tylko przez pierwszą pompę. Wykres na następnej stronie opisuje tę sytuację.

Objętość wody [l] w zbiornikach w zależności od czasu [h]



Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Gdyby pracowały dwie pompy jednocześnie, to zbiornik zostanie napełniony w czasie | A | B |.

A. 2 godzin **B.** 1 godziny i 45 minut

Pierwsza pompa, pracując samodzielnie, napełni basen w czasie | C | D |.

C. 2 godzin i 48 minut **D.** 4 godzin i 40 minut

Zadanie 8. (0–1)

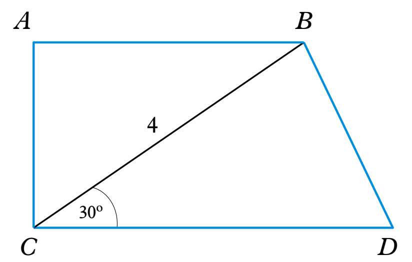
Rozważmy dwukrotny rzut standardową sześcienną kostką do gry.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Jeżeli w każdym rzucie wypadła parzysta liczba oczek, to takich wyników jest dokładnie 9.	**P**	**F**
Jeżeli w każdym rzucie otrzymano inny wynik, to suma wyrzuconych oczek nie przekracza 10.	**P**	**F**

Zadanie 9. (0–1)

Krótsza przekątna trapezu prostokątnego $ABCD$ o długości 4 cm tworzy z dłuższą podstawą kąt 30°. Wiadomo, że dłuższa podstawa CD ma długość $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ cm.



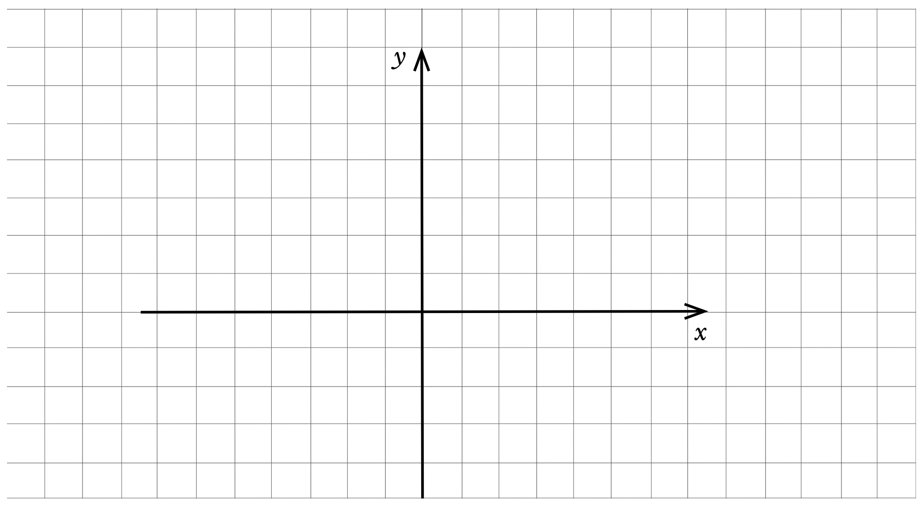
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trapezu $ABCD$ jest równe

A. $4\sqrt{3}$ cm² **B.** $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ cm² **C.** $7{,}5 + 2\sqrt{3}$ cm² **D.** $9\sqrt{3}$ cm²

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest odcinek o końcach w punktach $A = (-2, 1)$ i $B = (6, 5)$.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Środek odcinka AB ma współrzędne (2, 3).	**P**	**F**
Długość odcinka AB wynosi $4\sqrt{5}$ [j].	**P**	**F**

Zadanie 11. (0–1)

Wiadomo, że największy wspólny dzielnik liczb 12 i pewnej całkowitej liczby a wynosi 4, natomiast najmniejsza wspólna wielokrotność tych liczb wynosi 24.

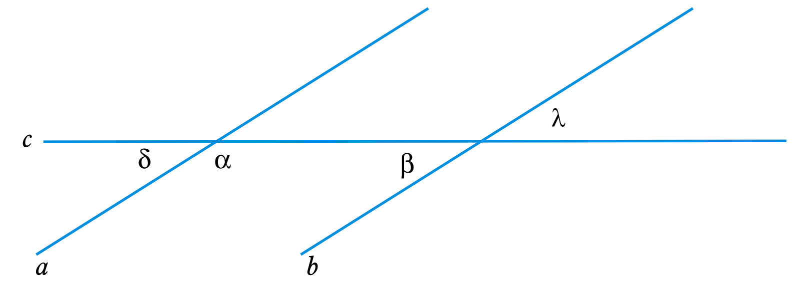
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 4 **B.** 8 **C.** 24 **D.** 48

Zadanie 12. (0–1)

W wyniku przecięcia prostej c dwiema prostymi równoległymi a i b powstały kąty α, β, δ, i λ.



Czy jeżeli $\alpha = 140°$, to $\beta = 40°$?

Wybierz odpowiedź A (Tak) albo B (Nie) i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

A	Tak,	ponieważ	**1.**	suma miar kątów α i δ wynosi 180°, lecz miary kątów δ i β nie są równe.
			2.	suma miar kątów α i δ wynosi 180° oraz miary kątów δ i β są równe.
B	Nie,		**3.**	miary kątów δ i β są równe, lecz suma miar kątów α i δ jest różna od 180°.

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej 12 cm i kącie ostrym równym 60°.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Pole tego trójkąta jest równe | A | B |.

A. $18\sqrt{3}$ cm² **B.** $36\sqrt{3}$ cm²

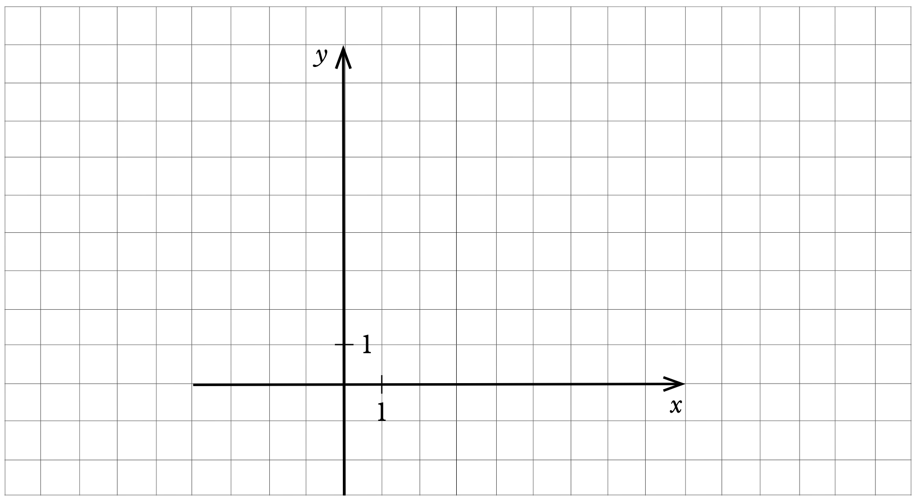
Długość najkrótszej wysokości tego trójkąta wynosi | C | D |.

C. $3\sqrt{3}$ cm **D.** 6 cm

Zadanie 14. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole czworokąta $ABCD$, gdzie $A = (-1, 1)$, $B = (3, 6)$, $C = (7, 6)$ i $D = (8, 2)$ wynosi



A. 12 [j^2] **B.** 28 [j^2] **C.** 28,5 [j^2] **D.** 35 [j^2]

Zadanie 15. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Jeżeli promień okręgu zwiększymy dwukrotnie, to jego obwód | **A** | **B** |.

A. zwiększy się cztery razy **B.** zwiększy się dwa razy

Jeżeli promień koła zwiększymy czterokrotnie, to jego pole | **C** | **D** |.

C. zwiększy się cztery razy **D.** zwiększy się szesnaście razy

Zadanie 16. (0–1)

Paweł opowiada koledze o swoich rodzicach: „Mój tata jest starszy od mamy o 2 lata, a mama jest starsza ode mnie o 27 lat”.

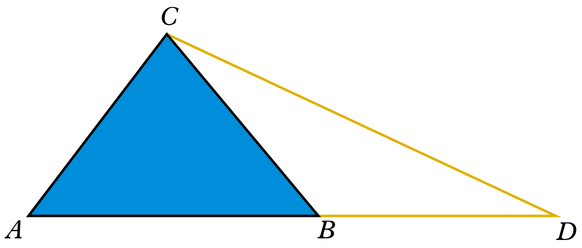
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Jeżeli przyjmiemy, że Paweł ma p lat, to wiek całej trójki opisuje wyrażenie $3p + 56$.	**P**	**F**
Jeżeli przyjmiemy, że mama Pawła ma m lat, to wiek całej trójki opisuje wyrażenie $2m - 25$.	**P**	**F**

Zadanie 17. (0–2)

Dojazd do pracy zajmuje pani Zosi 45 minut, gdy jedzie ze średnią prędkością 40 km/h. Z jaką średnią prędkością musiałaby się poruszać, aby skrócić czas dojazdu do pracy o 5 minut? Zapisz obliczenia.

Zadanie 18. (0–2)



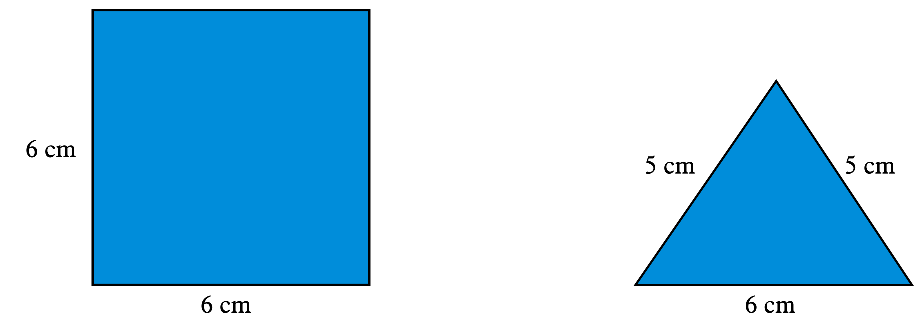
Podstawę trójkąta ABC przedłużono tak jak na rysunku. Wiadomo, że odcinki BD i BC są tej samej długości. **Wykaż, że jeżeli miara kąta ADC wynosi 30°, to kąt ABC jest równy 60°.**

Zadanie 19. (0–2)

Zakład Malina produkuje w ciągu zmiany 7 litrów soku wiśniowego, który ma być sprzedawany w butelkach o pojemnościach 0,5 l i 0,7 l. Producent soku chce oferować klientom oba rodzaje butelek. **Ile i jakich butelek powinien wybrać, aby cały sok wyprodukowany w ciągu zmiany rozlać do butelek i przygotować do sprzedaży? Odpowiedź uzasadnij.**

Zadanie 20. (0–3)

Na rysunku przedstawiono dwie różne ściany ostrosłupa prawidłowego czworokątnego. Jedna jest kwadratem o boku 6 cm, a druga trójkątem równoramiennym o podstawie 6 cm i ramionach 5 cm (tak jak na poniższym rysunku).



Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Zadanie 21. (0–3)

Samochód marki Zefir kosztuje 55 tys. zł i spala 6 l paliwa na 100 km, a samochód marki Halny kosztuje 40 tys. zł i spala 8 l na 100 km. Planujemy kupić jeden z tych samochodów.

Po przejechaniu ilu kilometrów suma ceny zakupu i kosztów paliwa dla każdego z tych samochodów będzie taka sama, jeśli paliwo kosztuje 5 zł za litr? Zapisz obliczenia.

Zadanie 22. (0–4)

Na strzeżonym parkingu w centrum miasta obowiązują opłaty za parkowanie w godzinach 6:00–18:00 według poniższej tabeli.

Czas parkowania	Opłata w zł
pierwsza godzina	2,50
każda następna rozpoczęta godzina	1,00
cały dzień	12,50
cały tydzień (od poniedziałku do piątku)	55,00

Parkowanie godzinowe rozliczane jest każdego dnia oddzielnie.

Zamierzamy zostawić samochód na parkingu od godziny 19:00 w poniedziałek do godziny 12:00 w piątek. Jaką wybrać opcję opłaty za parking (tygodniową, dzienną, godzinową czy mieszaną), aby zminimalizować koszty parkowania? Zapisz obliczenia.

Przykładowy arkusz egzaminacyjny nr 2. Egzamin ósmoklasisty: **matematyka**

Instrukcja dla ucznia
1. Sprawdź, czy zestaw egzaminacyjny zawiera wszystkie zadania (1–22).
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
3. Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem.
4. Nie używaj korektora.
5. Rozwiązania zadań zamkniętych, tj. 1–16, zaznacz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach. W każdym zadaniu poprawna jest zawsze tylko jedna odpowiedź.
6. Rozwiązania zadań otwartych, tj. 17–22, zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.

Powodzenia

Czas pracy: 100 minut

Liczba punktów do uzyskania: 32

Zadanie 1. (0–1)

W klasie liczącej 25 osób jest 5 chłopców.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wśród wszystkich uczniów tej klasy dziewczęta stanowią | A | B |.

A. 80% **B.** 75%

Liczba chłopców w tej klasie jest mniejsza od liczby dziewcząt o | C | D |.

C. 25% **D.** 75%

Zadanie 2. (0–1)

W trójkącie równoramiennym jeden z jego kątów ma miarę 100°.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Ten kąt znajduje się między ramionami tego trójkąta.	**P**	**F**
Miara najmniejszego kąta tego trójkąta wynosi 40°.	**P**	**F**

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Spośród liczb: $-2, -1, 0, 1$ i 2 rozwiązaniami równania $\frac{x^3}{16}+\frac{1}{4}x^2-\frac{x}{4}(x+1)=0$ **<u>nie są</u>**

A. -2 i 0. **B.** -1 i 1. **C.** -2 i 2. **D.** 0 i 2.

INFORMACJA DO ZADAŃ 4. i 5.

Ciało znajdujące się w ruchu ma energię. Energię tę nazywamy energią kinetyczną.

Energia kinetyczna E wyrażona w dżulach [J] ciała o masie m [kg] i prędkości v [m/s] wyraża się wzorem

$$E=\frac{1}{2}mv^2$$

Zadanie 4. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Ciało o masie $m = 1$ kg, poruszające się z prędkością $v = 100$ m/s, ma energię kinetyczną równą | A | B |.

A. $E = 5 \cdot 10^3\ J$ **B.** $E = 6{,}4 \cdot 10^4\ J$

Obliczając wielkość v ze wzoru na energię kinetyczną, otrzymujemy | C | D |.

C. $v=\sqrt{\frac{Em}{2}}$ **D.** $v=\sqrt{\frac{2E}{m}}$

Zadanie 5. (0–1)

Pocisk P ma dwukrotnie większą masę i dwukrotnie mniejszą prędkość od pocisku K.

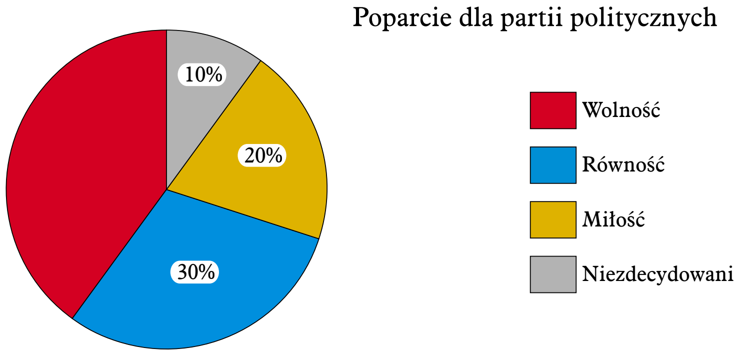
Czy energia kinetyczna pocisku *P* jest mniejsza od energii kinetycznej pocisku *K*? Wybierz odpowiedź A (Tak) albo B (Nie) i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

A	Tak,	ponieważ	**1.**	energie kinetyczne obu pocisków są takie same.
			2.	energia kinetyczna pocisku P stanowi połowę energii kinetycznej pocisku K.
B	Nie,		**3.**	energia kinetyczna pocisku K stanowi połowę energii kinetycznej pocisku P.

INFORMACJA DO ZADAŃ 6. i 7.

Pracownia sondażowa OSĄD przeprowadziła badanie opinii publicznej dotyczące poparcia dla trzech partii: Równość, Miłość i Wolność. 1170 osobom zadano pytanie: Którą partię polityczną popierasz? Wyniki sondażu przedstawia poniższy diagram.

Poparcie dla partii politycznych



Zadanie 6. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Poparcie dla partii Wolność jest dwukrotnie wyższe niż poparcie dla partii | A | B |.

A. Równość **B.** Miłość

Spośród ankietowanych poparcie dla partii Miłość zadeklarowało | C | D |.

C. 117 osób **D.** 234 osoby

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Spośród ankietowanych poparcie dla partii Wolność zadeklarowało

A. 10% **B.** 20% **C.** 30% **D.** 40%

INFORMACJA DO ZADAŃ 8. i 9

W sklepie ogrodniczym można zakupić nasiona trawy uniwersalnej w różnych opakowaniach. Cenę w zależności od wagi przedstawia poniższa tabela.

Nazwa towaru	Waga opakowania (w kg)	Cena (w zł)
Trawa dekoracyjna	1	20,70
Trawa dekoracyjna	2	38,50
Trawa dekoracyjna	5	144
Trawa dekoracyjna	10	190
Trawa dekoracyjna	15	354

Wiadomo, że 3,5 kg nasion trawy wystarcza do obsiania 100 m² trawnika.

Zadanie 8. (0–1)

Pan Zbyszek zamierza posiać trawę na swojej posesji o powierzchni 5 arów.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Pan Zbyszek potrzebuje do tego celu | A | B |.

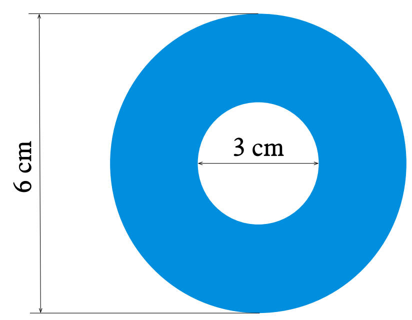
A. 17 kg nasion trawy
B. 17,5 kg nasion trawy

Korzystniejszy będzie zakup | C | D |.

C. 9 opakowań liczących po 2 kg
D. po 1 opakowaniu o wadze 10 kg, 5 kg, 2 kg i 1 kg

Zadanie 9. (0–1)

Należy obsiać trawą teren wokół fontanny w kształcie pierścienia, przedstawiony na mapie w skali 1:200.



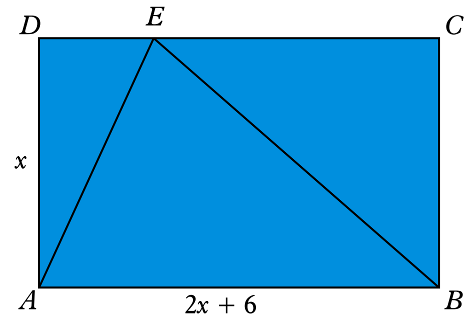
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Minimalna waga nasion potrzebnych do obsiania trawnika wokół fontanny to (przyjmij przybliżenie $\pi \approx 3$)

A. 1 kg
B. 2 kg
C. 3 kg
D. 4 kg

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest prostokąt $ABCD$ o bokach x i $2x + 6$. Na boku CD tego prostokąta wybrano punkt E (tak jak na poniższym rysunku).

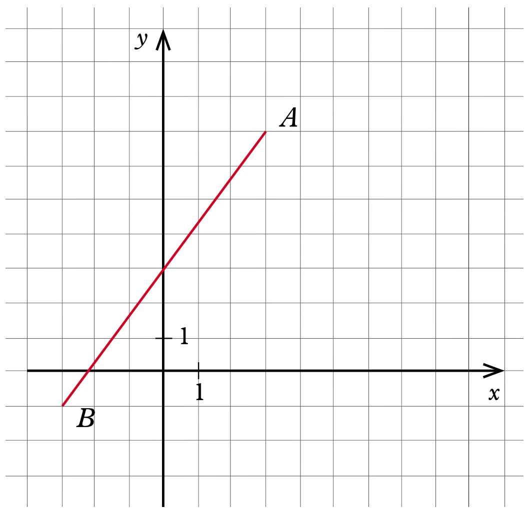


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta ABE opisuje wyrażenie algebraiczne $2x^2 + 6x$.	P	F
Jeżeli $x = 2$ cm, to pole trójkąta ABE jest równe 10 cm^2.	P	F

INFORMACJA DO ZADAŃ 11. i 12.

W prostokątnym układzie współrzędnych zaznaczono odcinek AB.



Zadanie 11. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka AB wynosi

A. 5 [*j*]
B. 8 [*j*]
C. 10 [*j*]
D. 12 [*j*]

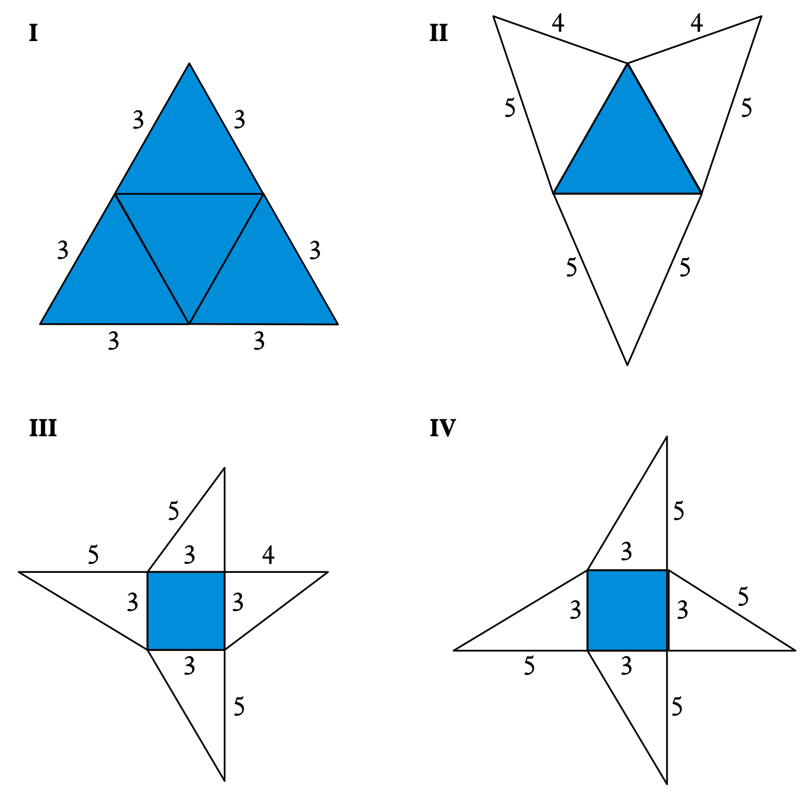
Zadanie 12. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Środek odcinka AB ma współrzędne

A. (3, 0)
B. (0, 3)
C. (4, 0)
D. (0, 4)

Zadanie 13. (0–1)



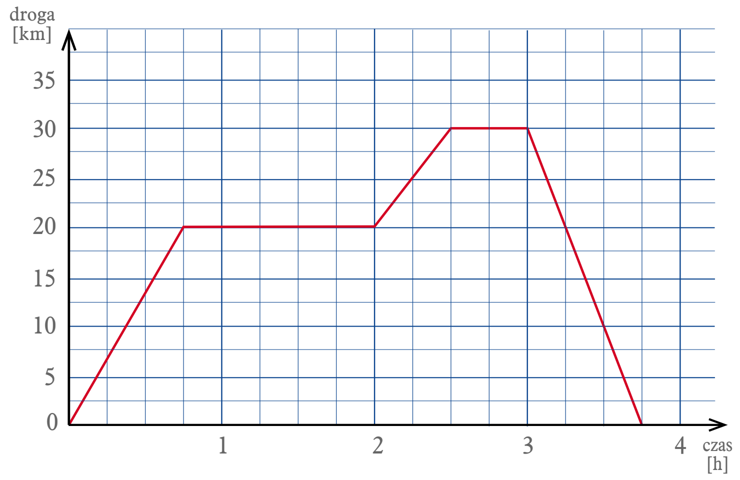
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ostrosłupa nie da się zbudować z siatki przedstawionej na rysunku

A. I
B. II
C. III
D. IV

INFORMACJA DO ZADAŃ 14., 15. i 16.

Rodzina Sławka wybrała się samochodem na zakupy do dwóch sklepów. Wyjechali z domu o godzinie 8:15. Wykres przedstawia odległość od domu [km] w zależności od czasu [h].



Zadanie 14. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

W pierwszym sklepie rodzina Sławka spędziła na zakupach 45 minut.	P	F
Drugi sklep, w którym zatrzymała się rodzina Sławka, znajduje się w odległości 30 km od ich domu.	P	F

1 RP

Zadanie 15. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rodzina Sławka wróciła do domu o godzinie

A. 11:45 **B.** 12:00 **C.** 12:15 **D.** 12:45

Zadanie 16. (0–1)

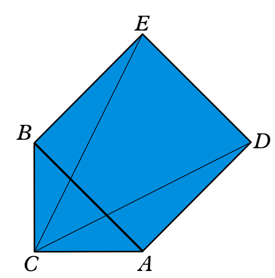
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prędkość, z jaką rodzina Sławka poruszała się samochodem w drodze powrotnej do domu, to

A. 35 km/h **B.** 40 km/h **C.** 50 km/h **D.** 60 km/h

Zadanie 17. (0–2)

Na przeciwprostokątnej *AB* trójkąta prostokątnego i równoramiennego *ABC* zbudowano kwadrat *ADEB* (tak jak na rysunku). Wykaż, że odcinki *CD* i *CE* są równe.



Zadanie 18. (0–2)

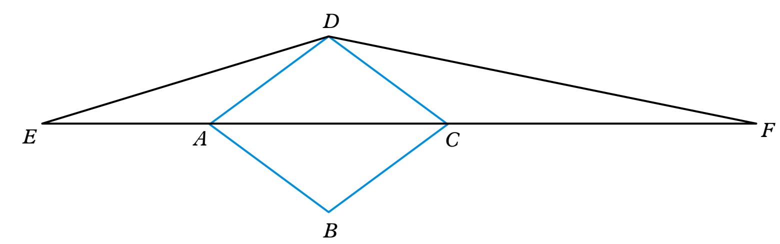
W torebce znajduje się pewna liczba cukierków. Po rozdzieleniu ich po równo w 12-osobowej grupie okazało się, że w torebce zostało jeszcze 7 cukierków. **Ile cukierków zostałoby w torebce, gdyby grupa liczyła 6 osób?**

Zadanie 19. (0–2)

Bartek i jego rodzice ważą razem 180 kg. **Oblicz, ile waży każdy z nich, jeżeli waga syna stanowi połowę wagi ojca i jednocześnie 2/3 wagi matki.**

Zadanie 20. (0–3)

Dłuższą przekątną *AC* rombu *ABCD* o polu $8\sqrt{3}$ cm^2 przedłużono trzykrotnie tak, jak na rysunku. Wiedząc, że krótsza przekątna rombu *BD* ma długość 4 cm, oblicz pole trójkąta *DEF*.



Zadanie 21. (0–3)

Gra w odgadywanie wymyślonej liczby

Uczeń zapamiętuje wymyśloną liczbę naturalną. Następnie nauczyciel podaje w pięciu następujących krokach działania, które uczeń musi wykonać z użyciem zapamiętanej liczby:
1. dodaj do wymyślonej liczby 16
2. oblicz czterokrotność otrzymanej sumy
3. odejmij od wyniku liczbę 20
4. weź połowę tego, co otrzymałeś
5. odejmij od otrzymanej połowy liczbę 22 i podaj otrzymany wynik.

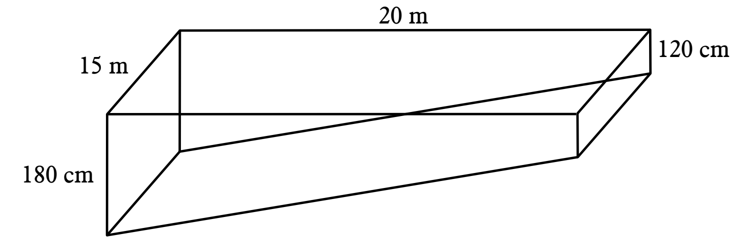
Czy nauczyciel już zna wymyśloną przez ucznia liczbę? Odpowiedź uzasadnij. Zapisz obliczenia.

Zadanie 22. (0–4)

Basen o wymiarach przedstawionych na poniższym rysunku napełniono wodą w 90%.

a) **Oblicz objętość wody potrzebną do wypełnienia basenu w 90%.**

b) **Jaki jest koszt napełnienia basenu w 90%, jeżeli metr sześcienny wody kosztuje 9 zł?**



Rozwiązania

Arkusz nr 1

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Prawidłowe odpowiedzi	AC	FP	C	AD	FP	BC	BD	PF
Numer zadania	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
Prawidłowe odpowiedzi	B	PP	B	A2	AC	C	BD	PF

ZADANIA OTWARTE

• Zadanie 17. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Wprowadźmy oznaczenia: s – droga, v – prędkość, t – czas.

Wiadomo, że: $s = v \cdot t$

Dojazd do pracy zajmuje pani Zosi 45 minut, co stanowi $\frac{3}{4}$ h, gdy jedzie ze średnią prędkością 40 km/h.

Zatem podstawiając te dane do wzoru na s, otrzymujemy:

$$s = \frac{3}{4} \cdot 40 = 3 \cdot 10 = 30 \text{ km}.$$

Z polecenia wynika, że czas dojazdu ma wynosić 40 minut, co stanowi $\frac{2}{3}$ h. Podstawiając te dane do wzoru na v, otrzymujemy:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{30 \text{ km}}{\frac{2}{3} \text{ h}} = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odpowiedź: Pani Zosia musiałaby zwiększyć średnią prędkość do 45 km/h, aby skrócić czas dojazdu do pracy o 5 minut.

• Zadanie 18. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Wiadomo, że $|BD| = |BC|$, co oznacza, że trójkąt BCD jest równoramienny. Kąty przy podstawie CD tego trójkąta są równe i mają w sumie 60°.

Ponieważ suma miar wszystkich kątów w trójkącie wynosi 180°, obliczamy, że miara kąta CBD wynosi 180° – 60° = 120°.

Ponieważ kąt ABC jest kątem przyległym do kąta CBD, więc miara kąta ABC jest równa 180° – 120° = 60°, co należało wykazać.

• Zadanie 19. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Zauważamy, że butelek o pojemności 0,5 l możemy użyć co najwyżej 13, a butelek o pojemności 0,7 l – co najwyżej 9, gdyż: 14 · 0,5 l=7 l i 10 · 0,7 l=7 l.

Następnie zauważamy, że butelek o pojemności 0,7 l musimy użyć tyle, by liczba litrów soku wlana do tych butelek była liczbą, która w rozwinięciu dziesiętnym na pierwszym miejscu po przecinku miała cyfrę 5 lub cyfrę 0 (z tym że ta druga sytuacja jest wykluczona z poniższych rachunków):

1 · 0,7 = 0,7	4 · 0,7 = 2,8	7 · 0,7 = 4,9
2 · 0,7 = 1,4	5 · 0,7 = 3,5	8 · 0,7 = 5,6
3 · 0,7 = 2,1	6 · 0,7 = 4,2	9 · 0,7 = 6,3

Wynika stąd, że musimy użyć 5 butelek o pojemności 0,7 l, a pozostały sok rozlać do butelek o pojemności 0,5 l. Następnie ustalamy liczbę butelek o pojemności 0,5 l, stosując poniższy rachunek:

(7 l – 3,5 l) : 0,5 l=3,5 l : 0,5 l=7 szt.

Odpowiedź: Producent soku musi mieć 7 butelek o pojemności 0,5 l i 5 o pojemności 0,7 l.

• Zadanie 20. (0–3)

Przykładowy sposób rozwiązania

Podstawą przedstawionego ostrosłupa jest kwadrat o boku 6 cm, którego pole podstawy wynosi 36 cm². Powierzchnia boczna tego ostrosłupa składa się z czterech trójkątów równoramiennych.

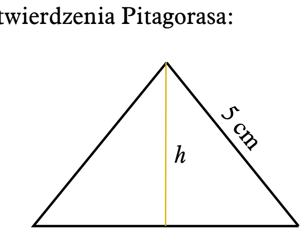
Następnie obliczamy wysokość ściany bocznej, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:

$h^2 = 5^2 - 3^2$

$h^2 = 25 - 9$

$h^2 = 16$

$h = 4$



Potem obliczamy pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa: $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^2$.

Pole powierzchni całkowitej jest więc równe: 36 + 48 = 84 cm².

• Zadanie 21. (0–3)

Przykładowy sposób rozwiązania

Niech x oznacza liczbę przejechanych kilometrów.

Poniższa tabelka zawiera informacje potrzebne do rozwiązania zadania wraz z potrzebnymi obliczeniami.

	ZEFIR	HALNY
cena samochodu	55 000 zł	40 000 zł
spalanie	6 l/100 km = 0,06 l/1 km	8 l / 100 km = 0,08 l/1 km
zużycie paliwa na trasie o długości x km	$0{,}06x$ l	$0{,}08x$ l
koszt zakupu paliwa potrzebny do przejechania trasy x km	5 zł · $0{,}06x = 0{,}3x$ zł	5 zł · $0{,}08x = 0{,}4x$ zł
suma ceny zakupu samochodu i kosztów paliwa potrzebnych do przejechania trasy x km	$0{,}3x + 55\,000$	$0{,}4x + 40\,000$

Ponieważ suma ceny zakupu samochodu i kosztów paliwa na trasie x km mają być takie same, uzyskujemy następujące równanie:

$0{,}3x + 55\,000 = 0{,}4x + 40\,000$

$55\,000 - 40\,000 = 0{,}4x - 0{,}3x$

$15\,000 = 0{,}1x$

$x = 150\,000$ km

Odpowiedź: Suma ceny zakupu i kosztów paliwa dla każdego z tych samochodów będzie taka sama po przejechaniu 150 000 km.

• Zadanie 22. (0–4)

Przykładowy sposób rozwiązania

Z treści zadania wynika, że wykluczony jest wariant godzinowego parkowania, w którym opłata za pierwszą godzinę wynosi 2,50 zł, a za każdą następną godzinę od wtorku do piątku – 1 zł. Zatem pozostają do rozważenia cztery opcje opłaty:

1. Opłata za cały tydzień; koszt całkowity 55 zł.
2. Opłata za 4 dni (od wtorku do piątku); koszt całkowity 4 · 12,50 zł = 50 zł.
3. Opłata za 3 dni (od wtorku do czwartku) i 6 godzin (w piątek); koszt całkowity 3 · 12,50 zł + 2,50 zł + 5 · 1,00 zł = 37,50 zł + 7,50 zł = 45 zł.
4. Opłata godzinowa za każdy pełny dzień od wtorku do czwartku i za 6 godzin w piątek; koszt całkowity
   3 · (2,50 zł + 11 · 1,00 zł) + (2,50 zł + 5 · 1,00 zł) = 3 · 13,50 zł + 7,50 zł =
   = 40,50 zł + 7,50 zł = 48 zł.

Odpowiedź: Najkorzystniejsza jest opcja nr 3: opłata za cały dzień od wtorku do czwartku i za 6 godzin parkowania w piątek.

Arkusz nr 2

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Prawidłowe odpowiedzi	AD	PP	B	AD	A2	BD	D	BC
Numer zadania	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
Prawidłowe odpowiedzi	C	FP	C	B	D	FP	B	B

ZADANIA OTWARTE

• Zadanie 17. (0–2)

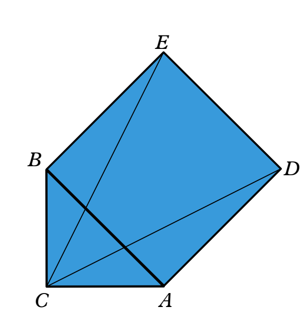
Przykładowy sposób rozwiązania

Z założenia zadania wiemy, że:

$|AC| = |BC|$, $|AD| = |BE|$, a miary kątów CAD i CBE wynoszą po 135°.

Wobec tego na podstawie cechy bok, kąt, bok przystawania trójkątów, trójkąty ACD i BCE są przystające.

W rezultacie z przystawania tych trójkątów otrzymujemy, że $|CD| = |CE|$.



• Zadanie 18. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Niech n oznacza liczbę cukierków w torebce. Wówczas liczbę tę możemy zapisać w postaci $n = 12 \cdot k + 7$, gdzie k jest liczbą cukierków, jakie otrzyma każda z 12 osób.

Ponieważ $n = 12 \cdot k + 7 = 6 \cdot 2k + 6 + 1 = 6(2k + 1) + 1$, reszta z dzielenia liczby n przez 6 wynosi 1.

Odpowiedź: W torebce zostałby 1 cukierek.

• Zadanie 19. (0–2)

Przykładowy sposób rozwiązania

Pierwszy sposób

Niech s oznacza wagę syna.

Wówczas $2s$ to waga ojca, a $\frac{3}{2}s$ – waga matki.

Ponieważ razem ważą 180 kg, otrzymujemy kolejno równania:

$$s+2s+\frac{3}{2}s=180$$

$$\frac{9}{2}s=180$$

$$s=40$$

W związku z tym $2s=80$ i $\frac{3}{2}s=60$.

Drugi sposób

Niech m oznacza wagę matki.

Wówczas $\frac{2}{3}m$ to waga syna, a $\frac{4}{3}m$ – waga ojca.

Korzystając z informacji, że razem ważą 180 kg, otrzymujemy równania:

$$m+\frac{2}{3}m+\frac{4}{3}m=180$$

$$\frac{9}{3}m=180$$

$$m=60$$

Czyli $\frac{4}{3}m=80$ i $\frac{2}{3}s=40$.

Trzeci sposób

Niech t oznacza wagę ojca.

Wówczas $\frac{1}{2}t$ to waga syna, a $\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}t$ – waga matki.

Korzystając z informacji, że razem ważą 180 kg, otrzymujemy równania:

$$t+\frac{1}{2}t+\frac{3}{4}t=180$$

$$\frac{9}{4}t=180$$

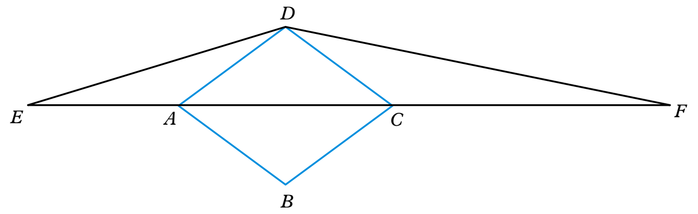
$$t=80$$

Czyli $\frac{4}{3}t=60$ i $\frac{1}{2}t=40$.

Odpowiedź: Ojciec waży 80 kg, mama – 60 kg, a syn – 40 kg.

• Zadanie 20. (0–3)

Przykładowy sposób rozwiązania



Korzystając ze wzoru na pole rombu, otrzymujemy równania:

$$\frac{1}{2}|BD|\cdot|AC|=8\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot|AC|=8\sqrt{3}$$

$$|AC|=4\sqrt{3}\text{ cm}$$

Odcinek EF jest trzy razy dłuższy od przekątnej AC tego rombu, więc $|EF|=12\sqrt{3}$ cm.

Przekątne rombu przecinają się pod kątem prostym i dzielą się na połowy. Oznacza to, że wysokość trójkąta EFD poprowadzona do podstawy EF ma długość 2 cm.

Pole trójkąta EFD wynosi więc:

$$\frac{1}{2}\cdot|EF|\cdot\frac{1}{2}\cdot|BD|=\frac{1}{4}\cdot 12\sqrt{3}\cdot 4=12\sqrt{3}\text{ cm}^2.$$

• Zadanie 21. (0–3)

Przykładowy sposób rozwiązania

Oznaczmy wymyśloną przez ucznia liczbę przez x, a następnie zapiszmy w postaci wyrażeń algebraicznych liczby otrzymane w poszczególnych krokach (sytuację obrazuje poniższa tabelka).

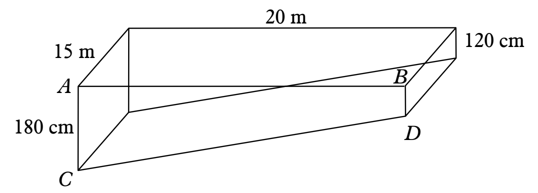
Krok	1.	2.	3.	4.	5.
Liczba	$x+16$	$4x+64$	$4x+44$	$2x+22$	$2x$

Wyrażenia algebraiczne zapisane w tabelce pokazują, że niezależnie od tego, jaką liczbę uczeń wymyślił na początku gry, na końcu poda zawsze jej dwukrotność. Zakładamy, że uczeń nie popełni błędu w rachunkach.

Odpowiedź: Aby podać wymyśloną przez ucznia liczbę, wystarczy, aby nauczyciel podzielił przez 2 wynik otrzymany przez ucznia.

• Zadanie 22. (0–4)

Przykładowy sposób rozwiązania



Najpierw obliczymy objętość graniastosłupa prostego, którego podstawą jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AC oraz BD i wysokości AB. Podstawiając dane do wzoru na pole trapezu (pamiętając o zamianie jednostek), otrzymujemy następujące równania:

$$P=\frac{1{,}8+1{,}2}{2}\cdot 20=30\text{ m}^2$$

$$V=30\cdot 15=450\text{ m}^3$$

Basen będzie wypełniony wodą tylko w 90%, a więc 90% liczby V wynosi 405 m^3.

Następnie obliczamy koszt napełnienia basenu przy założeniu, że metr sześcienny wody kosztuje 9 zł:

$405\cdot 9=3\,645$ zł

Odpowiedź: Do wypełnienia basenu w 90% potrzeba 405 m^3 wody.
Koszt potrzebnej do tego wody wynosi 3 645 zł.